GUÍA DE ESTUDIO

DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

Academia de Hidráulica

Colaboraron:

Alejandra López Aguado; Eduardo Izquierdo Moreno; Salvador Barrera Ramírez; Francisco Velázquez Pallares Jaime Gonzáles Tapia

Febrero 2023

Presentación e instrucciones

La presente guía ha sido elaborada por los profesores de la academia de Hidráulica con el objeto de guiar y acompañar el esfuerzo de aprendizaje, que los estudiantes de Ingeniería Civil deben realizar para entender y dominar la asignatura con un nivel adecuado.

Un libro que consideramos fundamental es el Beer, Johnston, Cornwel Mecánica Vectorial Para Ingenieros, Tomo II Dinámica, Ed. Mc. Graw Hill, cuya 9ª edición se puede encontrar en PDF en la red, por estos dos motivos hemos seleccionado una gran cantidad de problemas resueltos y ejercicios, todos ellos cuentan con resultados al final del libro.

También se presentan, ordenados por unidad y tema algunos ejemplos y ejercicios escogidos por los diferentes profesores que impartimos la asignatura, en muchos casos se anota el resultado, y en todos al autor.

Esperamos resulte un instrumento de utilidad, agradecemos los comentarios y observaciones de la comunidad estudiantil.

Atentamente

M. en C. Eduardo Izquierdo Moreno. Coordinador

Programa Sintético:

UNIDADES TEMÁTICAS:

- Sistemas de unidades
- Cinemática de la partícula
- Leyes del movimiento
- Trabajo y energía
- Impulso y cantidad de movimiento

I.- SISTEMAS DE UNIDADES

1.- ¿Qué es un Newton?

2.- ¿Qué es una dina?

3.- ¿Cuántos Newton hay en 1kg fuerza?

4.- ¿Qué es el peso?

5.- El peso de un auto es de 1650kg, transformar este valor a las unidades correspondientes del MKS absoluto y a sistema inglés.

6.- ¿Qué es la masa?

7.- ¿Qué es un kilogramo masa?

8.- ¿Qué es un UTM?

9.- ¿Cuánto pesa un cuerpo cuya masa es de 1kg?

10.- Un cuerpo tiene una masa de 100kg, calcular su peso y masa en los sistemas MKS absoluto, MKS técnico e inglés.

11.- Un cuerpo pesa 80kg fuerza, calcular su masa y peso en los tres sistemas.

12.- Un cuerpo pesa 4500N, calcular su peso y masa en los tres sistemas.

13.- Un cuerpo tiene una masa de 12 UTM, calcular su peso y masa en los tres sistemas de unidades.

14.-La presión atmosférica es aproximadamente de $1Kg/cm^2$, encontrar su valor en los tres sistemas.

Problema.- Un automovilista en la estación de servicio pide le calibren la presión de las llantas a 30 lbs/in2

Cuantas libras/ pie2 y en qué sistema se encuentra esta medida.

R = 4320 lbs/pie2 Ingles Técnico.

Convertir esta presión al MKS Técnico

R = 182.83 Kg/m2

Convertir esta presión al MKS Absoluto

R = 1793.56 Nw/m2

Barrera S.

Problema Una fuerza de 6 Nw actúa sobre una masa de 2 Kg_m. Determinar la aceleración en:

a) Metros sobre segundo al cuadrado
b) Pies sobre segundo al cuadrado
c) Yardas sobre minuto al cuadrado
d) Pulgadas sobre segundo al cuadrado
e) Millas terrestres sobre hora al cuadrado
f) Millas náuticas sobre hora al cuadrado

Solución:

a) a = F/m (6 Nw)[(1 Kg_m)(1 m/seg^2)/(1 Nw)]/ 2 kg_m = 3 m/seg^2

   a = 3 m/seg^2

b) a = (3 m/seg^2) (1000 mm/1 m) (1 pulg/25.4 mm) (1ft/12 pulg) = 9.84 ft/seg^2

   a = 9.84 ft/seg^2

c) a = (9.84 ft/seg^2) (1 yd/3 ft) (60 seg/1 min)^2 = 11,808 Yd/min^2

   a = 11,808 Yd/min^2

d) a = (9.84 ft/seg^2) (12 pulg/1 ft) = 118.08 pulg/seg^2

   a = 118.08 pulg/seg^2

e) $a = (3\ m/seg^2)\ (1\ MT/1609\ m)\ (3600\ seg/1\ Hr)^2 = 24{,}164\ MT/Hr^2$

$a = 24{,}164\ MT/Hr^2$

f) $a = (3\ m/seg^2)\ (1\ MN/1853\ m)\ (3600\ seg/1\ Hr)^2 = 20{,}982\ MN\ /Hr^2$

$a = 20{,}982\ MN/Hr^2$

Problema: Determinar la equivalencia entre en Newton y la Dina

Solución:

1 Kg = 9.81 Nw

1 Gr = 981 D

1 Kg = 1000 Gr

9.81 Nw = (1000 Gr) (981 D/1 Gr) = 981,000 D

9.81 Nw = 981,000 D

1 Nw = 981,000 D/9.81 = 100,000 D

1 Nw = 10^5 D

Velázquez P. F.

2 Cinemática

2.1 Movimiento rectilíneo con aceleración variable

Investigar conceptos de: Dinámica, cinética, partícula, posición, desplazamiento, velocidad instantánea, velocidad media y rapidez.

Problemas resueltos del Beer: 11.1, 11.2, 11.3

Problemas propuestos del Beer: 11.1, 11.2, 11.3, 11.5, 11.6, 11.9, 11.10, 11.11, 11.12

Problema.- Una partícula se mueve de acuerdo a la Ec. $x = 32t^2 + 12\,t + 5$ Calcular la velocidad media en el intervalo de tiempo de t_1 = 2.00 [s] a t_2 = 10 [s]

Calcular el instante en que la velocidad de la partícula vale cero.

Calcular el tiempo (o instante) en que la partícula pasa por el origen

Calcular la distancia recorrida en un intervalo de tiempo de 0 a 6 [s]

Calcular la aceleración media en un intervalo de tiempo de 2 a 12 [s]

Barrera S.

Una partícula se mueve en línea recta de tal manera que, para un corto tiempo su velocidad está definida por **$v = (8t^3 + 4t^2 + t)$ ft/s.** Determina su posición cuando **t = 4 segundos**

(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 15)

La posición de una partícula a lo largo de una línea recta está dada por **$x = (t^4 + 4t^3 + 6t^2 + 3t)$ ft**

Determina su máxima velocidad y aceleración durante el intervalo de tiempo

-5 segundos ≤ t ≤ 5 segundos

(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 15)

La aceleración de una partícula al moverse a lo largo de una línea recta está dada por **a = (3t – 2) m/s²**

Si x = 3 m y v = 4 m/s Determina la velocidad y posición de la partícula cuando **t = 5 segundos**

(Alejandra López Aguado Serna)

Un proyectil pequeño se dispara verticalmente hacia abajo dentro de un medio fluido con una velocidad inicial **Vo = (40) m/s** Si el proyectil experimenta una desaceleración de **a = (- 0.3 v²) m/s²** Calcular la velocidad y posición del proyectil **2 segundos** después de haberlo disparado.

(Alejandra López Aguado Serna)

La velocidad de una partícula en movimiento rectilíneo está dada por la ecuación

$$\mathbf{v} = \left[\mathbf{6} - \left(\frac{\mathbf{t^3}}{\mathbf{12}} \right) \right] \mathbf{m/s}$$

Determina su posición, velocidad y aceleración cuando el **t = 7 segundos**; traza además las gráficas de

x – t, v – t y a – t para el intervalo de tiempo de **– 3 segundos ≤ t ≤ 3 segundos**

(Alejandra López Aguado Serna)

Ejercicio Una partícula se acelera de acuerdo con $a = -0.6t \ {}^{m}/_{s^2}$ y tiene una velocidad de *8 m/s* al pasar por $x = -10\ m$ cuando *t = 0* [s]. Encontrar: A) el instante y la posición cuando la velocidad vale cero. B) La posición, la velocidad y la distancia recorrida 3 [s] después de que $v = 0$. Sugerencia: dibujar la trayectoria para obtener la distancia recorrida.		Solución: A) $t = 5.164\ [s]$; $x = 17.542\ m$ B) $x = 0.898\ m$; $v = -11.995\ {}^{m}/_{s}$; $d = 44.186\ m$ Izquierdo E.

2.2 Movimiento rectilíneo con aceleración constante

Problemas propuestos del Beer: 11.33, 11.34, 11.35, 11.36

Problema .- Un hombre parado en el techo de un edificio tira una bola verticalmente hacia arriba con una velocidad de 40 pies/s La bola llega al suelo 4.25 [s] más tarde. Calcular: la máxima altura alcanzada por la bola, la altura del edificio y la velocidad con que la bola llega al suelo.

Barrera S.

Problema.- En cierto tramo de la vía un tren se mueven a 96.00 KPH. Calcular la distancia atrás de un tren parado, a la que se debe colocarse una señal, para prevenir a un tren en marcha, considerando que los frenos se aplican instantáneamente y que detienen al tren con una rapidez uniforme a = 1.20 m/seg2. Considerar que el tren en movimiento debe detenerse a 18.00 m de distancia del tren detenido.

Barrera S.

2.3 Movimientos simultáneos

Problemas resueltos del Beer: 11.4,

Problemas propuestos del Beer: 11.39, 11.41, 11.42, 11.43

Problema.- Un tren parte de la estación A hacia la B a las 12:00 horas, con una velocidad constante de 100 KPH, otro tren parte en dirección contraria a las 14:00 horas con una velocidad de 60 KPH, calcule el punto donde se encontraran los trenes y el tiempo que transcurre para ese encuentro, la distancia entre la estación A y B es de 400 KM.

Barrera S.

Dos autos A y B arrancan desde un mismo punto, al mismo tiempo; el auto A tiene una aceleración constante de **3.5 m/s^2** y el auto B sólo acelera a **0.4 m/s^2**. Calcula el tiempo y la posición de cada auto cuando A haya aventajado a B por **40 m**

(Izquierdo Moreno Eduardo, 2013. Dinámica paso a paso, p. 81)

1. Una partícula A parte del reposo con aceleración constante de **2 m/s; 300 m** adelante y en sentido contrario una partícula B pasa a **60 km/h** y acelerando a **2.5 t^3**

a. ¿Cuál es la posición de cada partícula, cuando la velocidad de A es de **75 km/h**?

b. ¿Cuál es la distancia entre las partículas en ese momento?

(Izquierdo Moreno Eduardo, 2013. Dinámica paso a paso, p. 84)

Cuando el semáforo cambia a verde, el auto A arranca con una aceleración de 0.8 m/s2, mientras tanto, por la misma carretera recta y en sentido contrario, el camión C viaja a 60 km/hr constante. Si el camión tarda 40 [s] en pasar por el semáforo, encontrar:

A) Dónde y cuándo se cruzan

B) la velocidad de A en ese instante

Solución:

A) $t = 24.997\ [s] \quad x = 249.97\ [m]$
B) $v_A = 19.99\ [m/s]$

Izquierdo E

Un malabarista arroja dos pelotas, verticalmente hacia arriba, de forma consecutiva con velocidad de 25 m/s e intervalos de 1.2 [s] Encontrar el tiempo, la posición y la velocidad de cada una en el instante en que se cruzan

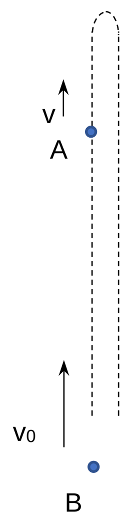
Solución:
Se cruzan cuando $t = 1.948\ [s]$ medido desde que se arroja la segunda pelota

En la posición $y = 30.078\ m$ medido desde el punto de salida

$$v_A = 5.9\ m/s \quad \downarrow$$

$$v_B = 5.849\ m/s \quad \uparrow$$

Comprobando que en un tiro vertical la velocidad de subida y de bajada es la misma a igual altura.



Sugerencia: Este problema se puede resolver de dos maneras:
1.- encontrar la velocidad y posición de A cuando B empieza a moverse, considerar eso como condiciones iniciales y desde ese instante medir el tiempo.
2.- plantear las ecuaciones del movimiento de cada pelota con su tiempo, y encontrar la relación que hay entre los dos tiempos

Izquierdo E.

2.4 Movimientos dependientes

Problemas resueltos del Beer: 11.5

Problemas propuestos del Beer: 11.48, 11.49, 11.50, 11.53, 11.54

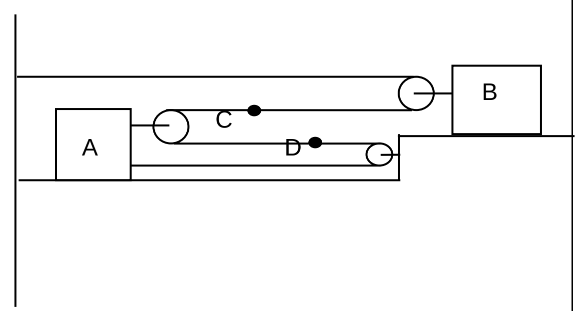
Ejercicio:
El bloque B se mueve hacia la derecha con una velocidad de 0.25 m/s constante. Encontrar: A) la velocidad del bloque A. B) la velocidad de punto C. La velocidad del punto D.

Solución:

$$v_A = 0.1666\, m/s$$

$$v_C = 0.5\, m/s$$

$$v_D = -0.1666\, m/s$$

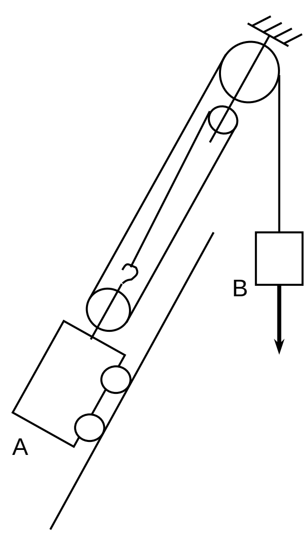


Izquierdo E.

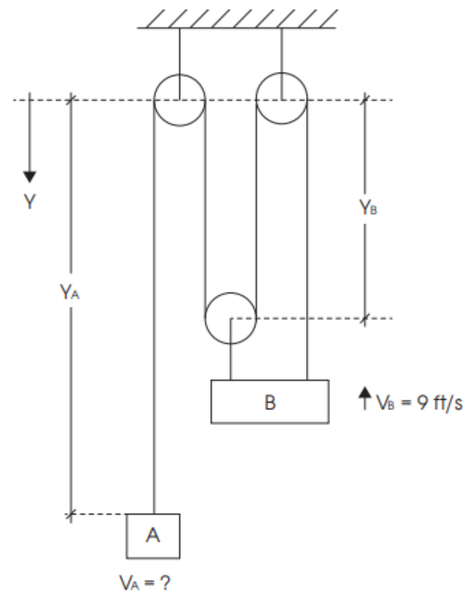
Ejercicio
El bloque B parte del reposo y acelera hacia abajo de forma constante a razón de 0.06 m/s^2. Encontrar la velocidad del bloque A, 3 segundos después de que ha iniciado el movimiento.

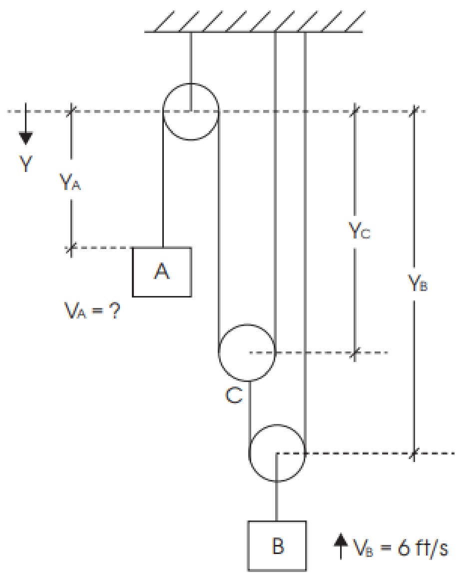
Solución:
$v_A = 0.6$ m/s

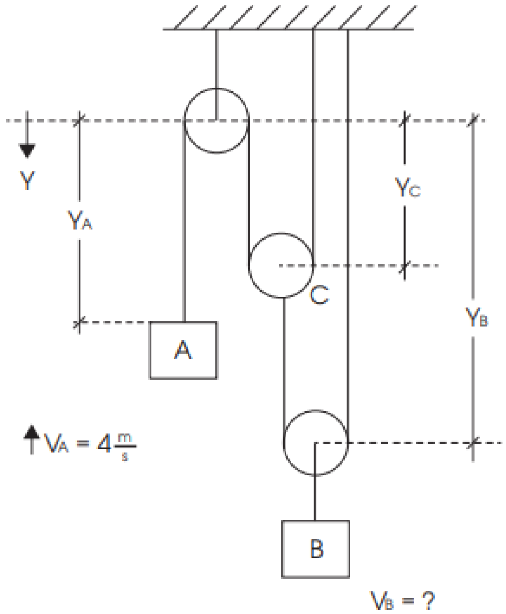
Izquierdo E.

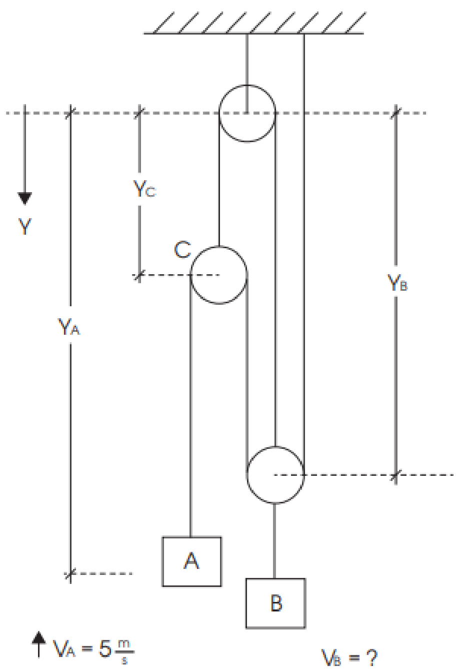


Determina la velocidad de la variable incógnita en cada uno de los esquemas mostrados:









(Alejandra López Aguado Serna)

2.5 Tiro parabólico

Problemas resueltos del Beer: 11.7 11.8

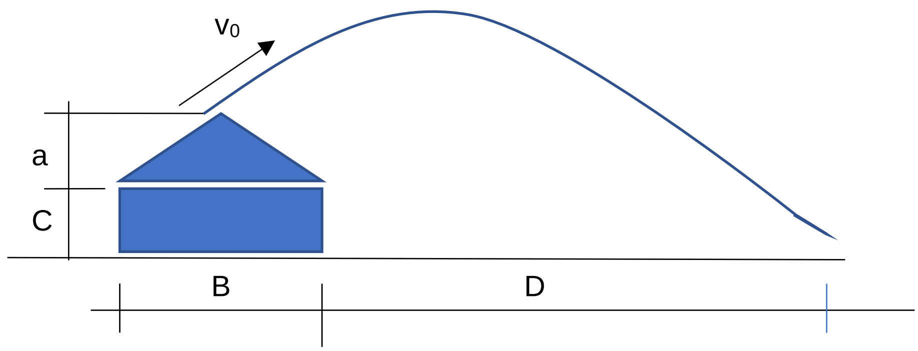
Problemas propuestos del Beer: 11.97 11.98 11.99 11.100 11.101 11.102 11.105 11.016 11.107 11.112 11.113 11.115

Desde el techo de una casa en 1 y paralelo al mismo, se dispara un cañón de aire comprimido que le imprime al proyectil una velocidad de 35m/s. Encontrar la distancia D a la cual choca contra el piso

a = 2.6 m

B = 8 m

C = 2.5 m

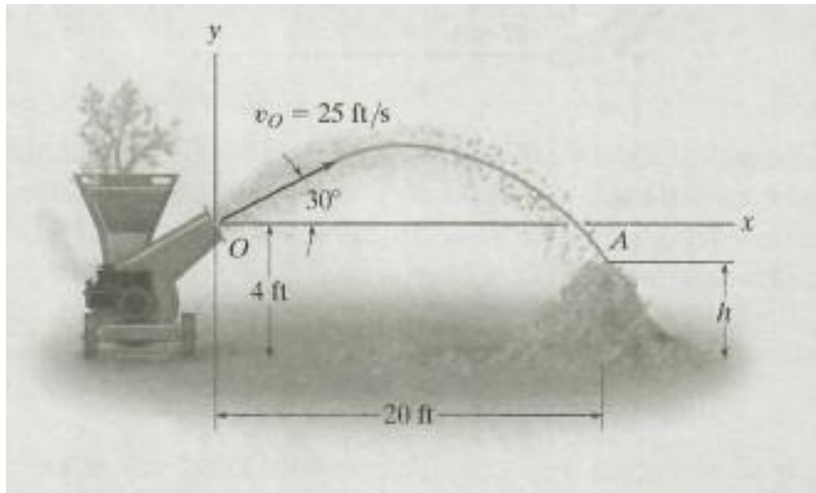


Solución:

D = 117.8 m

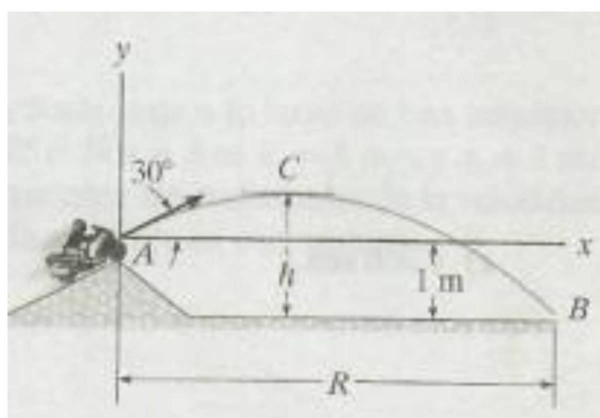
Izquierdo E.

Una máquina trituradora está diseñada para expeler virutas a **V$_{\circ}$ = 25 ft/s**. Si el tubo está orientado a **30°** desde la horizontal, determina a qué altura **h** las virutas tocan la pila si llegan a ésta desde una distancia de **20 pies** a partir de la boca del tubo.



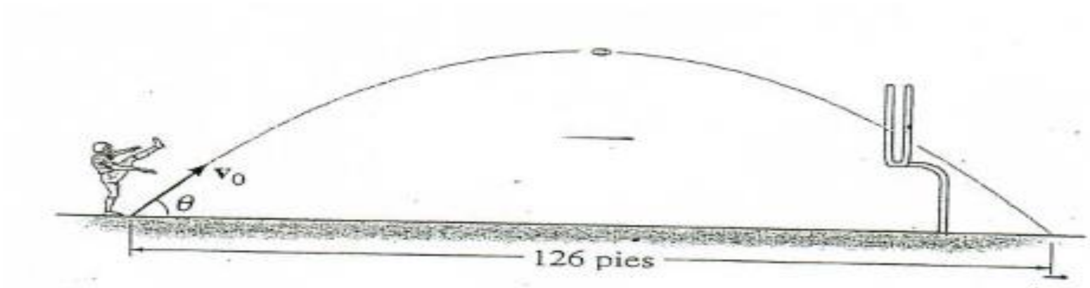
(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 41)

1. Una pista de carreras fue diseñada de tal manera que los conductores salten por la pendiente de **30°**, desde una altura de **1 m**. Durante una carrera se observó que el conductor mostrado en la siguiente figura, permaneció en el aire por **1.5 segundos**. Determina la rapidez con la que él viajaba hacia fuera de la pendiente, la distancia horizontal que recorrió antes de tocar el suelo, y la altura máxima que alcanzó.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 42)

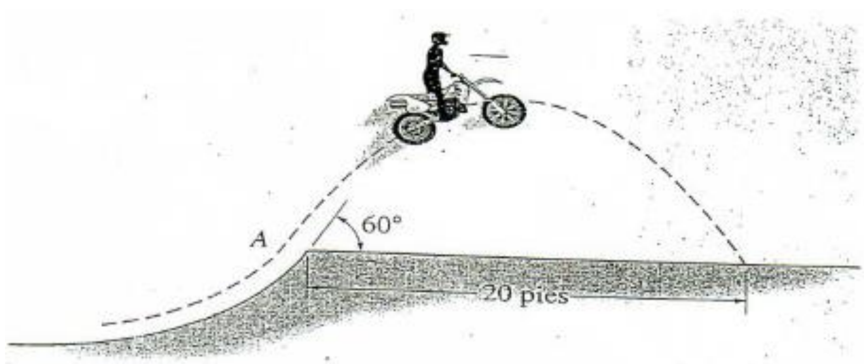
En una cinta de video se observó que un jugador de futbol pateó una pelota a **126 pies** durante un tiempo medido de **3.6 segundos**. Determina la rapidez inicial de la pelota y el ángulo **Θ** con que fue pateada.



Nota: el piso del campo es horizontal

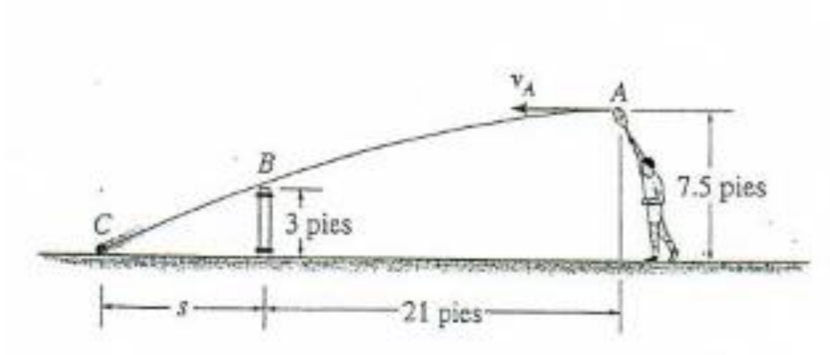
(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 45)

Durante una carrera se observa que una motocicleta salta en **A** a un ángulo de **60°** con la horizontal. Si la motocicleta toca el suelo a una distancia de **20 pies**, determina la rapidez aproximada con que iba viajando justo antes de dejar el suelo.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 45)

Determina la velocidad horizontal **V_A** de una pelota de tenis ubicada en **A** de manera que libre justamente la red en el punto **B**. Encuentra también la distancia **s** en que la pelota tocará al suelo.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 47)

2.6 Movimiento circular con coordenadas Normal y Tangencial

Problema resuelto del Beer: 11.10

Problema propuesto: 11.134 11.135 11.136 11.137 11.138 11.139

3 Leyes del movimiento

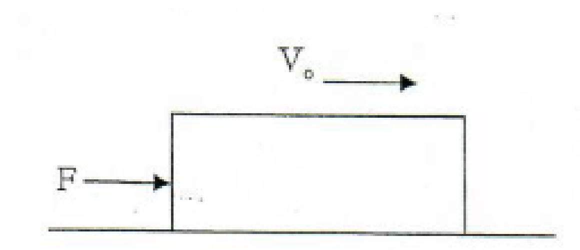
Problemas resueltos del Beer: 12.1 12.2 12.3 12.5 12.6

Problemas propuestos del Beer: De bloques y cuerpos con peso y fricción: 12.2 12.5 12.6 12.7 12.8 12.9 12.10

De bloques con poleas: 12.12 12.15 12.16 12.17 12.19 12.28

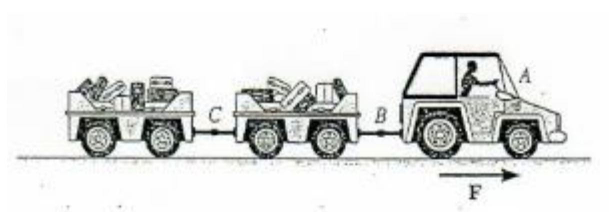
De movimiento circular con coordenadas Normal y Tangencial: 12.36 12.37 12.38 12.40 12.44 12.45 12.46 12.48 12.49 12.51

Un bloque de **10 lb** tiene velocidad inicial de **10 pies/s** sobre un plano liso. Si una fuerza F **= (2.5t) lb**, donde t está en segundos, actúa sobre el bloque por **3 segundos**, determina la velocidad final del bloque y la distancia que recorre durante este tiempo.



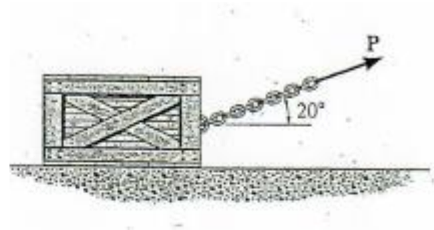
(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 113)

Un camión de equipaje **A** tiene una masa de **800 kg** y se usa para jalar dos carros, cada carro tiene masa de **300 kg**. Si la fuerza **F** de tracción sobre el camión es **F = 480 N**, determina la aceleración inicial del camión.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 114)

Una caja tiene masa de **80 kg** y es jalada por una cadena que siempre está dirigida a **20°** de la horizontal como se muestra en la siguiente figura. Determina la aceleración de la caja en **t = 2 segundos**, si el coeficiente de fricción es de **0.3** y la fuerza de arrastre **T = (90t²)N**, donde t está en segundos.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 114)

Problema.- Un camión de plataforma transporta sobre de ella una caja que pesa 3.00 ton. El camión viaja sobre un camino recto y horizontal a una velocidad de 125 KPH, el coeficiente de fricción estático entre la caja y la superficie de la plataforma es $\mu_e = 0.50$

Calcule la distancia mínima de frenado hasta el alto total, para que la caja no se deslice sobre la plataforma, calcule también el tiempo de frenado y su desaceleración.

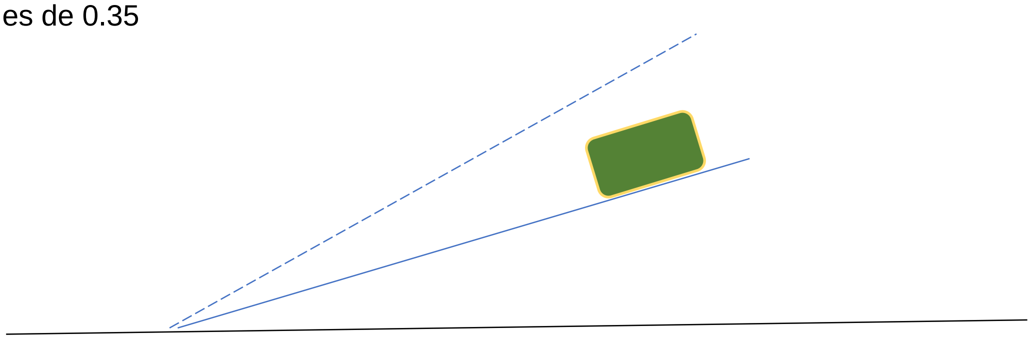
Barrera S.

Un automóvil que pesa W (Kg) se mueve con una velocidad de 50 KPH. Cuando llega al pie de una colina, entonces se libera el motor, la pendiente de la colina es de 1: 40. (1 es a 40) Calcula hasta donde subirá el automóvil en la cuesta arriba, suponiendo que la resistencia total de rozamiento paralela a la carretera es de 0.12 W. Calcule también el tiempo en el que se alcanza esa posición.

Solución: X = 67.88 m a = 1.42 m/seg2 t = 9.77 s

Barrera S.

Calcular el ángulo del plano inclinado sobre el que se encuentra un cuerpo que pesa 100 Kg. para que alcance el punto de movimiento. El coeficiente de fricción estático es de 0.60, el cinético es de 0.35



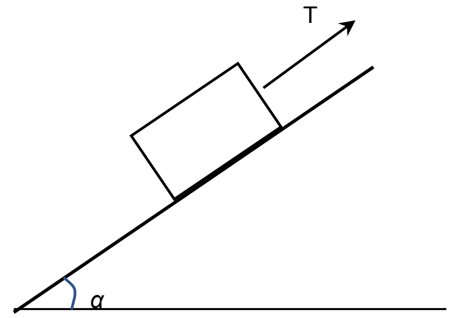
Barrera S.

Un bloque de 50kg se coloca sobre un plano inclinado $\alpha = 40°$ con la horizontal. Si $\mu_s = 0.5$ y $\mu_k = 0.4$ Encontrar:

A) La fuerza T_1 necesaria para que el bloque esté a punto de moverse
B) La fricción que se genera cuando la fuerza de tensión T_2 es 50N menor que T_1
C) La fuerza de tensión T_3 necesaria para que el bloque se acelere hacia arriba a 0.3 m/s^2
D) La aceleración cuando no se aplica T

Solución:

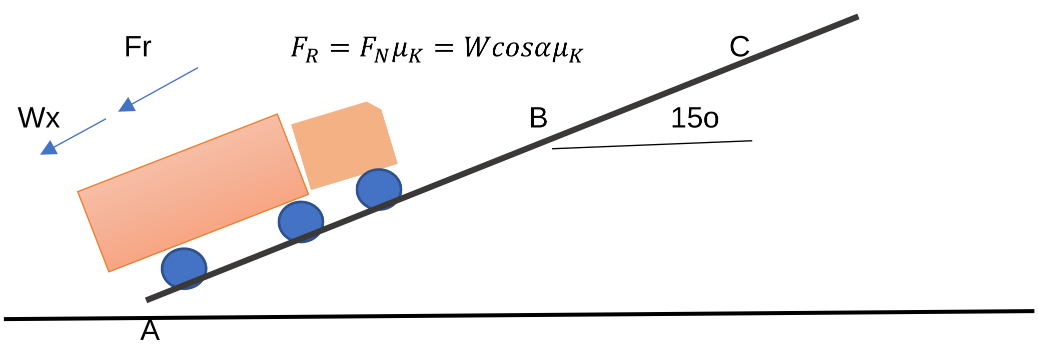
$$T_1 = 503.16\ N$$
$$F_r = F_S = 137.87\ N$$
$$T_3 = 480.59\ N$$
$$a = 3.3\ {}^{m}/_{s^2}$$



Izquierdo E.

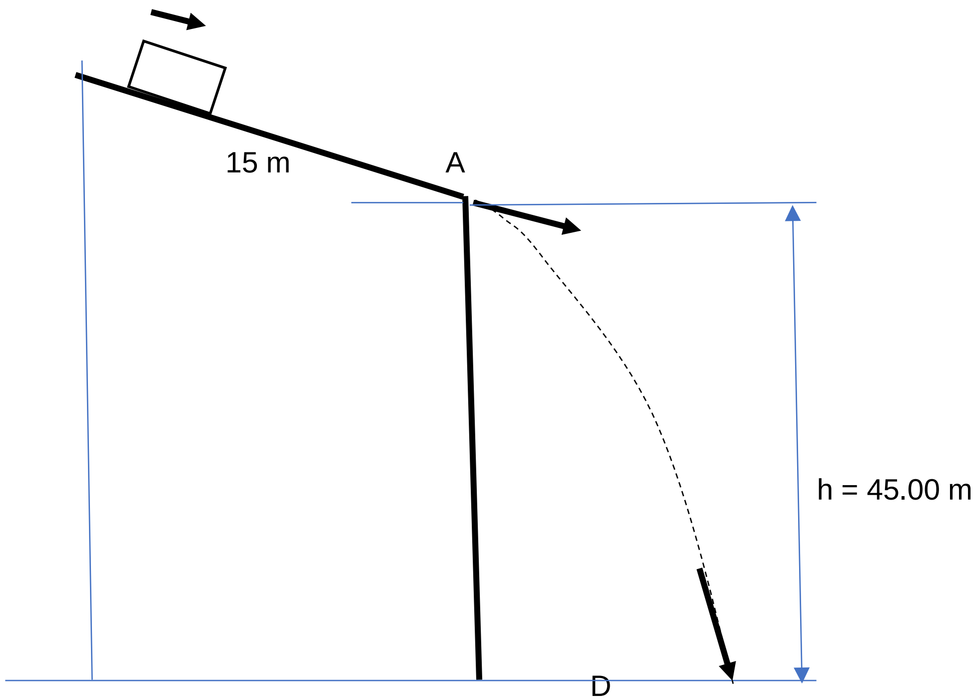
Problema.- Se construyen rampas de seguridad inclinadas al lado de las autopistas de montaña para conseguir que se detengan los vehículos sin frenos. Un camión que pesa 40 Ton entra a una rampa inclinada 15º hacia arriba a una velocidad de Vo = 108 KPH y viaja durante 6 segundos antes de que su rapidez se reduzca a 36 KPH.

Suponiendo desaceleración constante calcule la magnitud de la fuerza de frenado y el tiempo adicional que se requiere para que el camión se detenga totalmente. Calcule también la distancia total recorrida sobre la rampa por el camión. Ignore la resistencia del aire y la resistencia al rodamiento. Figura Problema



Barrera S.

Problema: En una azotea inclinada 40º respecto a la horizontal, por accidente se desliza un bloque de concreto de 8 Kg de peso, la longitud de la azotea es de 15 m. Calcule la velocidad con la que el bloque llega al borde de la azotea y la distancia horizontal a partir del paramento del edificio en la que el bloque choca contra el suelo. Calcule también la velocidad de impacto del bloque contra el suelo. El coeficiente de fricción cinético es de 0.20. El edificio tiene una altura de 45.00 m



Barrera S.

Problema .- Un Jump Jet de 12 Mg es capaz de despegar verticalmente desde la cubierta de un buque, si sus turboreactores ejercen una fuerza vertical constante de 200 KN en el avión, calcula su velocidad y que altura alcanza en un tiempo de 6.00 [s], a partir del punto de reposo en el buque. Ignore la perdida de combustible durante el despegue. Calcula con 2ª Ley de Newton; comprueba con trabajo y energía y/o con Impulso y cantidad de movimiento.

Figura del Problema

Barrera S.

Problema 18.- Un paracaidista de 80 Kg. cae a 85 m/seg en ese instante se abre su paracaídas, su celeridad se reduce a 5 m/seg durante los siguientes 60 metros de caída. Calcule la fuerza media que durante ese intervalo de tiempo ejerce el paracaídas sobre su cuerpo.

Calcular con 2ª Ley de Newton y comprobar con otro criterio de solución.

Barrera S.

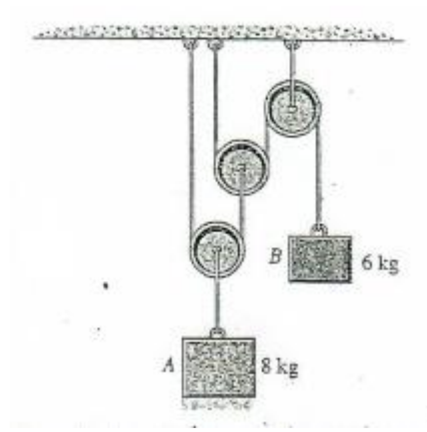
Problema.- Un tren que consiste en una máquina de 50 Mg y 3 (tres) carros cada uno de los cuales tiene una masa de 30 Mg, incrementa su rapidez de 15 KPH a 45 KPH en 80 seg. Las ruedas de la maquina proporcionan la fuerza tractiva resultante que le da al tren el movimiento hacia adelante, las ruedas de los carros tienen un coeficiente de fricción entre ellas y las vías de 0.15 y el tren sube por una pendiente de 15%.

Calcular la fuerza que actúa sobre las ruedas de la máquina.

Determine la fuerza desarrollada en el dispositivo de acoplamiento entre la máquina y el primer carro.

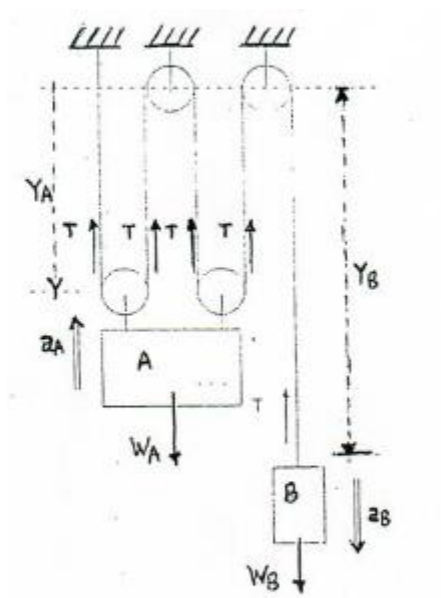
Barrera S.

Determina la tensión desarrollada en las cuerdas unidas a cada bloque y la aceleración de los bloques. Desprecia la masa de las poleas y cuerdas.



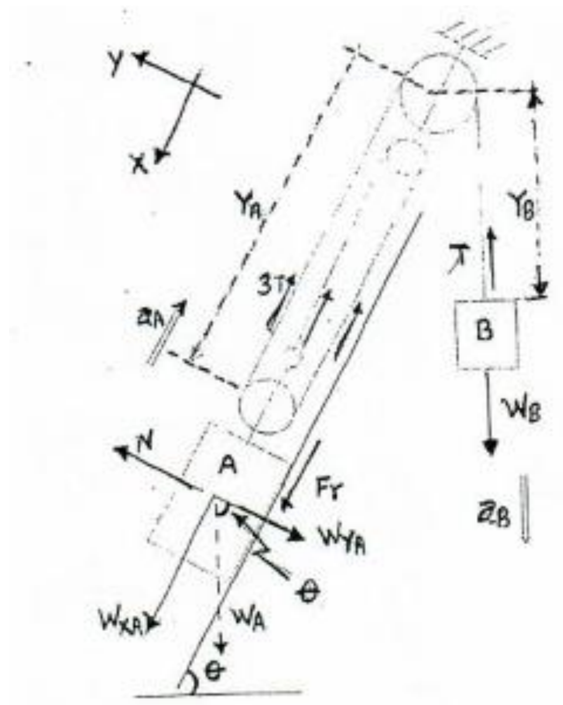
(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 118)

Dados los pesos de los bloques **A** y **B** encuentra sus aceleraciones y la tensión en la cuerda. **W_A = 40 N, W_B = 12 N**



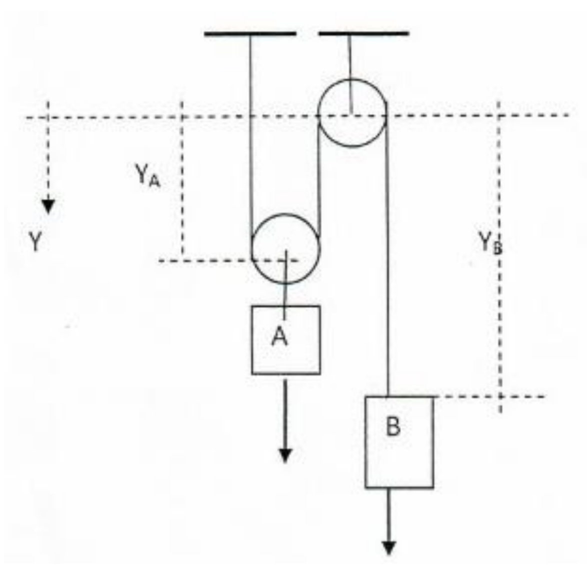
(Izquierdo Moreno Eduardo, 2013. Dinámica paso a paso, p. 152)

Calcula las aceleraciones de cada bloque y la tensión en la cuerda, sabiendo que: **m_A 90 kg, m_B = 40 kg, μ = 0.2, ϴ = 70°**



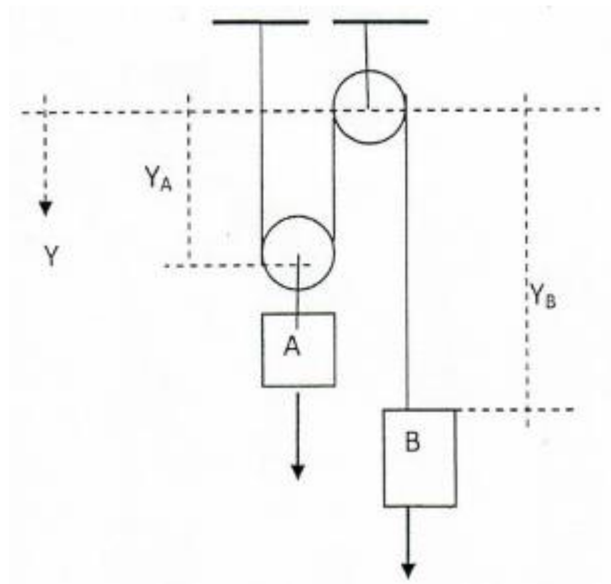
(Izquierdo Moreno Eduardo, 2013. Dinámica paso a paso, p. 153)

Los bloques **A** y **B** tienen **42 kg** y **23 kg** respectivamente. Calcula las aceleraciones de ambos bloques y la tensión en el cable.



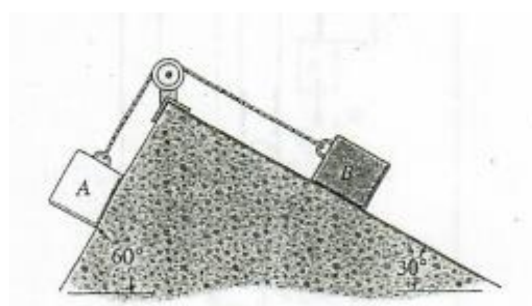
(Alejandra López Aguado Serna)

4. Dados los pesos de los bloques **A** y **B**, encuentra sus aceleraciones y la tensión en la cuerda.
W_A = 40 N, W_B = 12 N



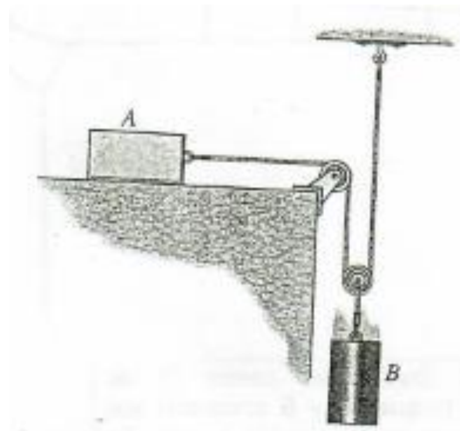
(Alejandra López Aguado Serna)

El plano inclinado doble soporta dos bloques **A y B**, cada uno con peso de **10 lb**. Si el coeficiente de fricción cinética entre los bloques y el plano es **μ = 0.1**, determina la aceleración de cada bloque.



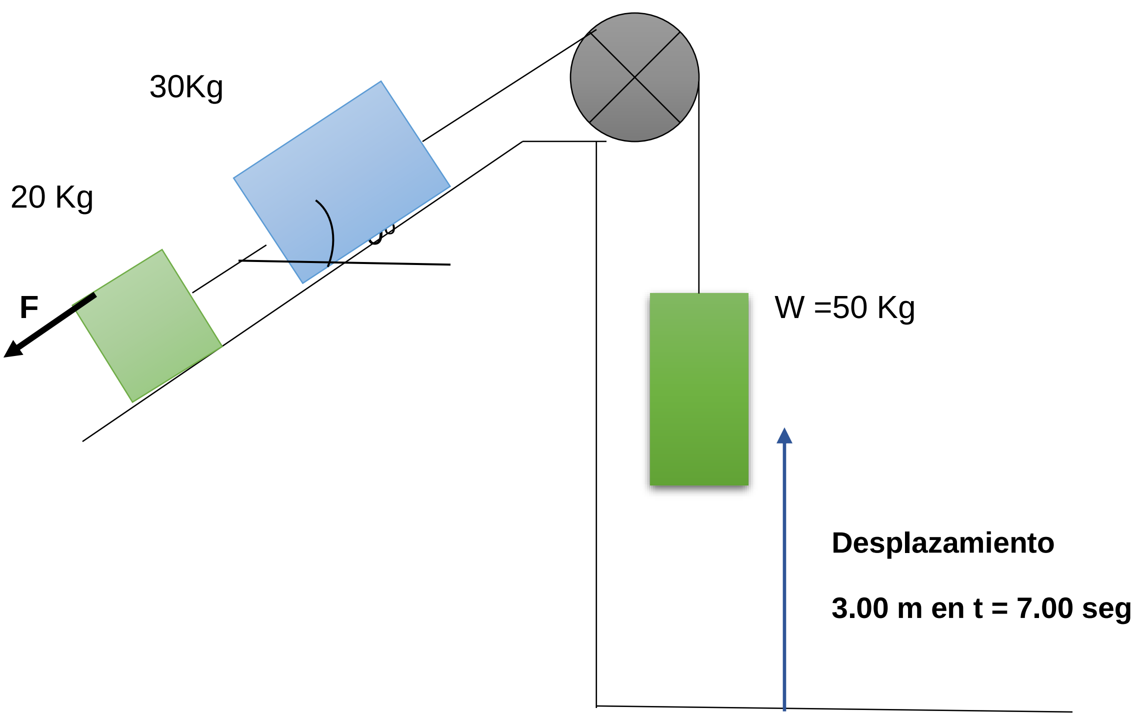
(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 115)

El bloque **A** de **10 lb** viaja hacia la derecha a **V_A = 2 ft/s** en el instante mostrado. Si el coeficiente de fricción cinético es **μ = 0.2** entre la superficie y **A**, determina la velocidad de **A** cuando el bloque se ha movido **4 ft**. El bloque **B** tiene un peso de **20 lb**.



(R.C. Hibbeler, 2004. Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica. Pearson. Prentice Hall, p. 117)

El sistema mostrado parte del reposo y los cuerpos se mueven una distancia de 3.00 m en un tiempo de 7.00 [s] cuando se aplica la fuerza F. Si el coeficiente de fricción entre los bloques y el plano inclinado es de 0.40, calcular: A) la fuerza F. B) las tensiones de las cuerdas. C) La aceleración y la velocidad a los 2 [s]



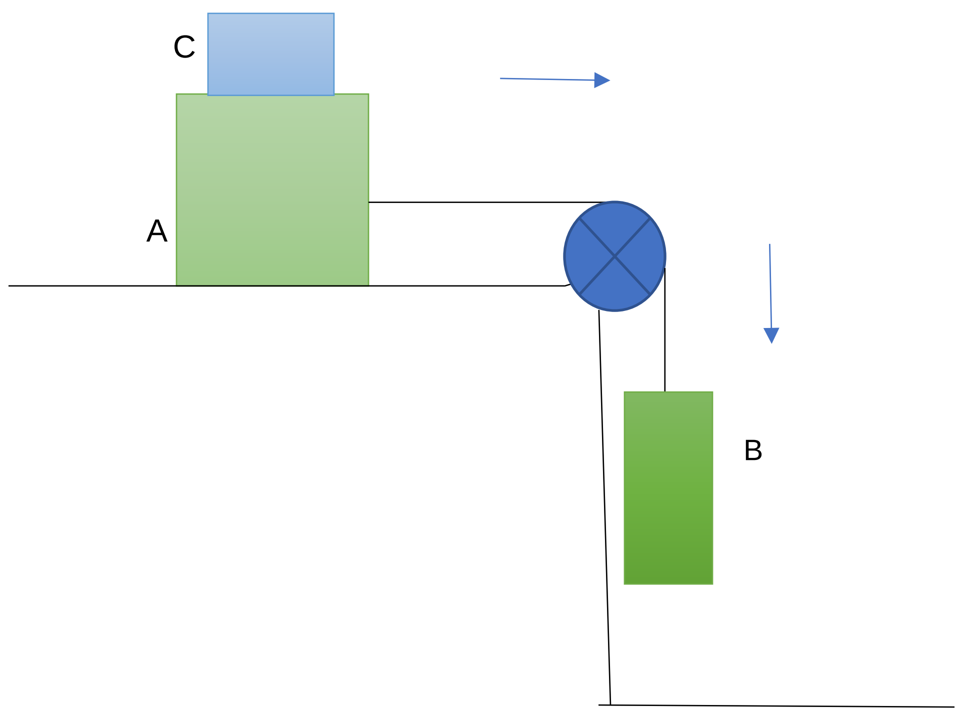
Barrera S.

Problema.- Las masas A y B son respectivamente de 20 Kg y 10 Kg. El coeficiente de fricción entre A y la mesa es de $\mu_e = 0.22$. y $\mu_K = 0.15$

A) Calcula la masa mínima de C que evitara el movimiento de A.

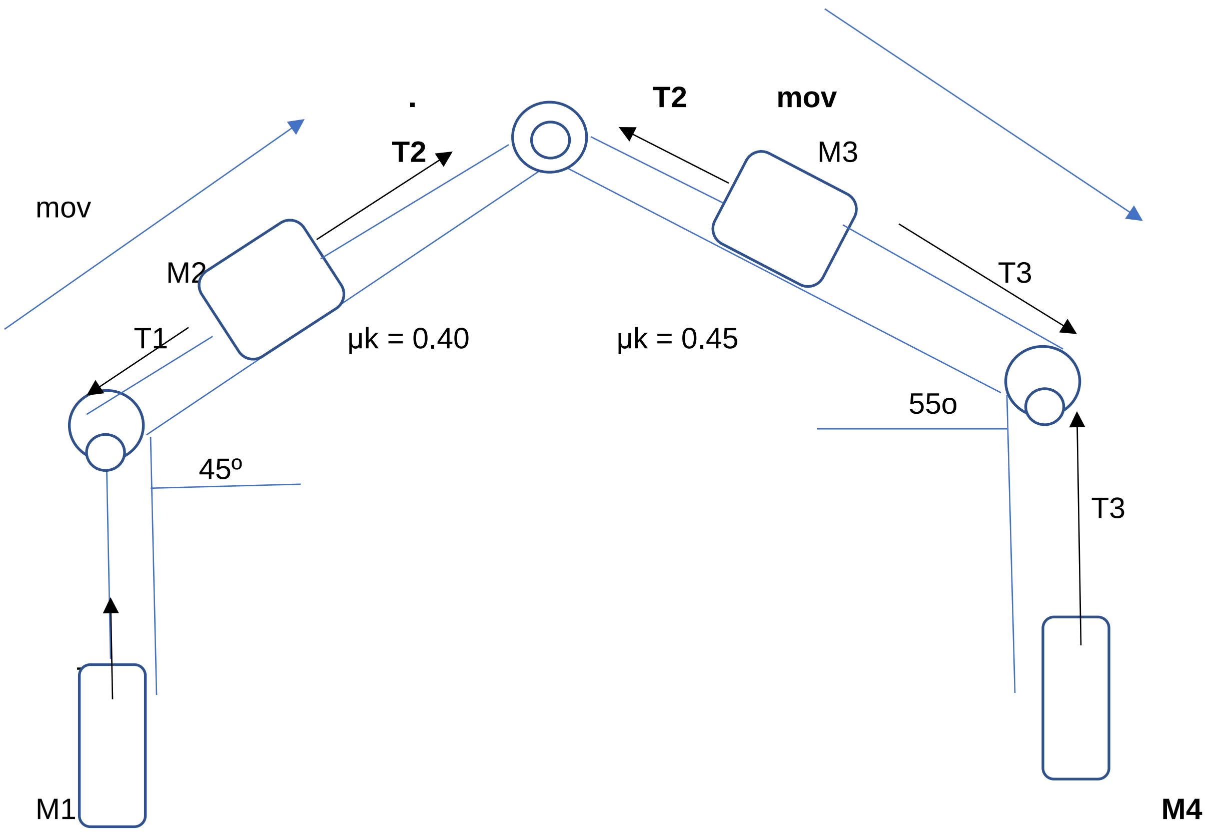
B) Calcula la aceleración del sistema si C se separa de él.

C) Una vez que se ha puesto en movimiento, ¿qué distancia se desplazará en 4 [s] y qué velocidad alcanzará en ese tiempo?



Barrera S.

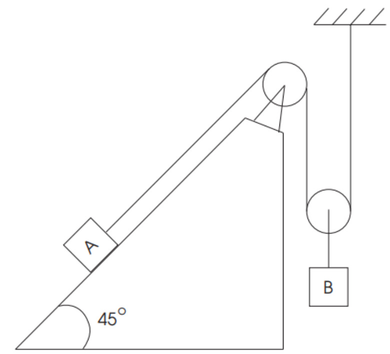
Calcular la masa M4 del sistema que se muestra en la figura tal que origine un desplazamiento de 3.00 m en 4 segundos, el sistema se libera del reposo. Calcular además las tensiones de las cuerdas.

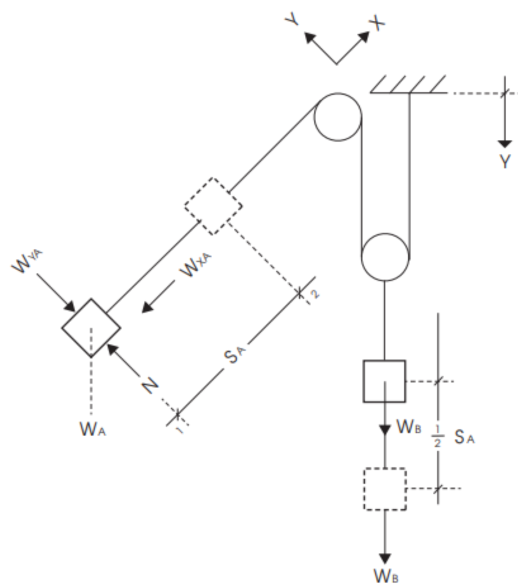


M1 = 100 Kg M2 = 90 Kg M3 = 80 Kg M4 = ?

Barrera S.

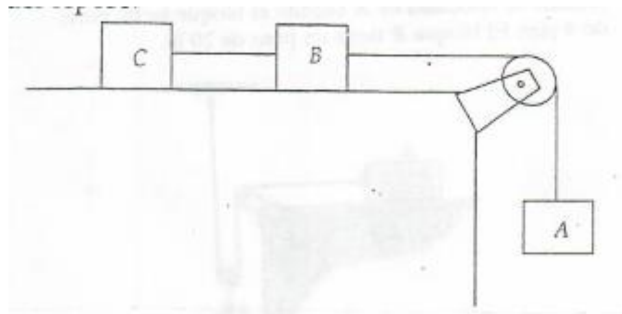
Un bloque **A** cuya **m = 170 kg** descansa sobre un plano inclinado liso **(μ = 0)**. Está unido mediante una cuerda flexible e inextensible que pasa por poleas a un bloque **B** cuya **m = 250 kg** y aun soporte **C**. Si el sistema parte del reposo, calcula la distancia que recorrerá el bloque A cuando su rapidez es de 2 m/s





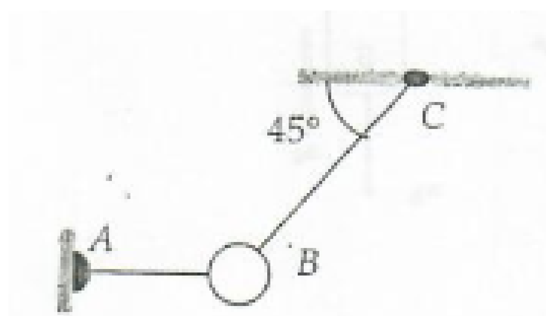
(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 124)

Los cuerpos **A, B** y **C** cuyas masas son **15 kg, 10 kg** y **5 kg**, respectivamente, están unidos por medio de una cuerda que pasa por una polea sin peso y sin rozamiento. Si el coeficiente de rozamiento entre los cuerpos **B, C** y el plano es de **0.20**, calcula la tensión de la cuerda entre los cuerpos **A y B, B y C**. Suponer que el sistema parte del reposo.



(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 93)

Una esfera se mantiene en equilibrio por medio de dos alambres **AB y BC**. Si en forma súbita se corta el alambre **AB**, calcula la tensión del cable **BC** en el instante de la ruptura y la aceleración de la esfera de masa **m = 25 kg**. Calcula también las tensiones en ambos alambres antes de la ruptura.



(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 90)

4.0 Trabajo y energía

Problemas resueltos del Beer: 13.1 13.2 13.3 13.4 13.5

Problemas propuestos de Beer:

Similares a los resueltos por segunda ley: 13.7 13.8 13.9 13.10 13.13 13.15 13.21 13.23

Con fuerzas elásticas (resortes) 13.26 13.27 13.28 13.29 13.31

Con fuerza centrípeta: 13.39 13.40 13.41 13.42 13.44

Potencia: 13.46 13.50 13.51 13.52 13.54

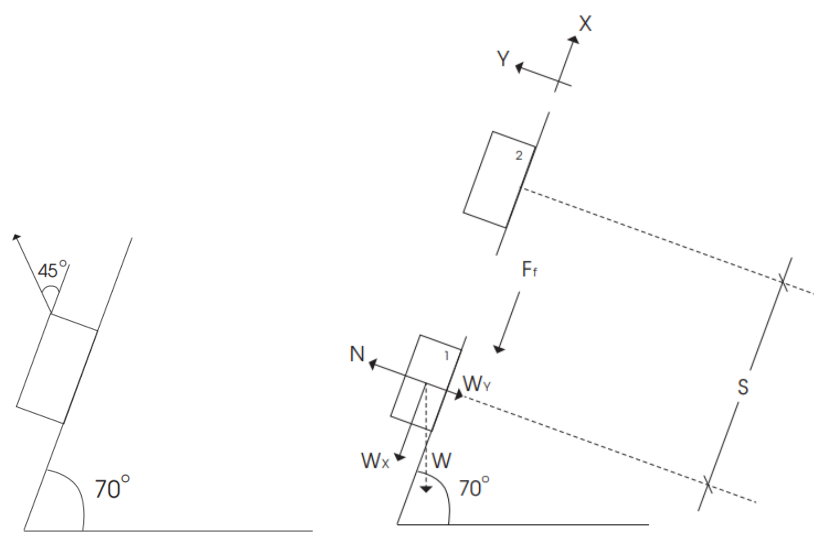
Conservación de la energía: Prob. Resuelto: 13.6 13.7 13.8

Problemas propuestos: 13.57 13.58 13.59 13.61 13.62 13.68 13.70

1. Una caja de **m = 60 kg** es arrastrada hacia arriba sobre un plano inclinado por una fuerza **F = 450 N**, el **μ = 0.30**. Determina:

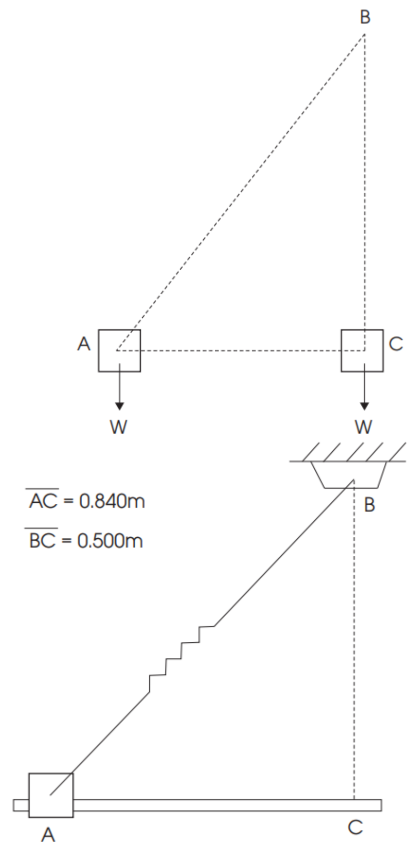
a. El trabajo realizado por cada fuerza, cuando la caja se desplaza **15 m**.

b. El trabajo total realizado sobre la caja.



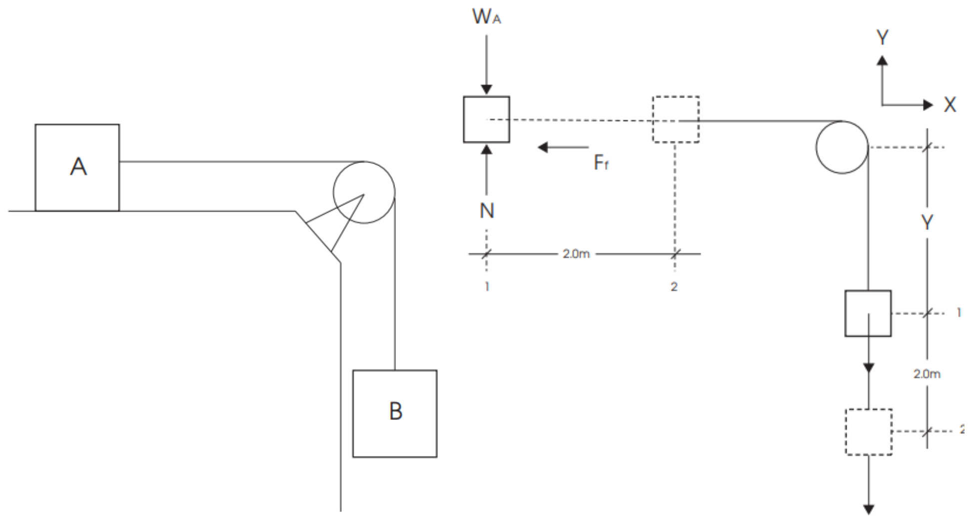
(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 115)

1. El resorte $\overline{\mathbf{AB}}$ tiene una constante **K = 989 N/m** y está unido a un collar **A** de **m = 4 kg**, el cual se mueve libremente (sin rozamiento) a lo largo de una varilla horizontal. La longitud **L_N = 300 mm**; si el collar **A** se deja en reposo en la posición mostrada, determina la velocidad máxima que alcanza dicho collar.



(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 146)

Dos cuerpos **A** y **B** están unidos por una cuerda, si el sistema parte del reposo, calcula la velocidad de **A** después de haberse desplazado **2.0 m**; considera: **μ = 0.15, m_A = 840 kg** y **m_B = 300 kg**



(Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN, p. 122)

Para diseñar el sistema de amortiguación esquematizado, es necesario determinar la rigidez del resorte tal que detenga al bloque con una deformación de 25 cm para las siguientes condiciones: El plano está inclinado 35°, el coeficiente de rozamiento cinético es de 0.4, la deformación previa del resorte ocasionada por los cables y la placa sin masa es de 10 cm y el bloque de 30Kg pasa por 1 a 2 m/s hacia abajo

$\theta = 35°$; d = 2.8 m K = ?

$\mu_K = 0.4$ $v_1 = 2 \ {}^{m}/_{s}$

$x_1 = 0.1\, m$ $x_2 = 0.25$ m = 30 kg

Solución:

Ubicamos el origen del sistema de referencia en la posición no deformada del resorte, positivo en sentido del movimiento.

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$

$$E_{C1} + U_W - U_{Fr} - U_R = E_{C2} \qquad (1)$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2}(30)2^2 = 60 \ \ [J]$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = 0$$

$$U_W = mgsen\theta(d + x_2)$$

$$U_W = 30(9.81)sen35°(2.8 + .25)$$

$$U_W = 514.85 \quad [J]$$

$$U_{Fr} = \mu N(d + x_2)$$

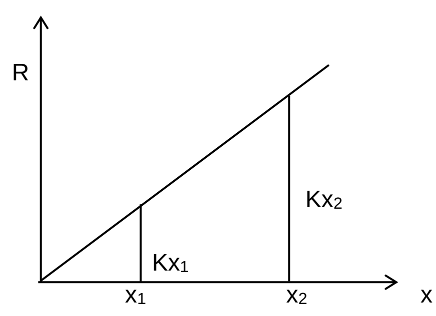
$$U_{Fr} = \mu mg \cos\theta\, (d + x_2)$$

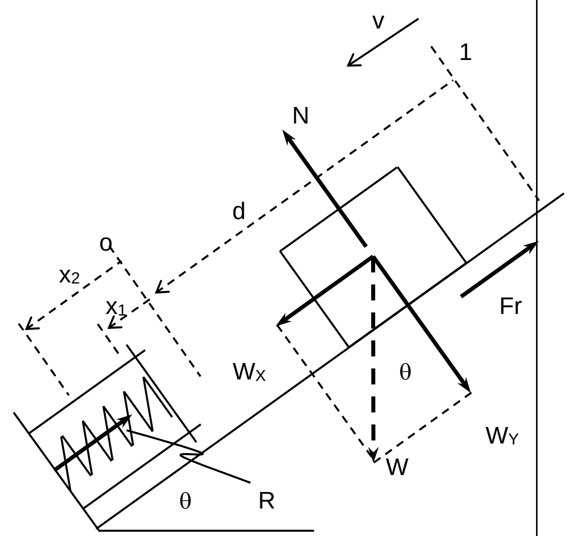
$$U_{Fr} = 0.4(30)9.81 \cos 35\,°(2.8 + 0.25)$$

$$U_{Fr} = 294.11 \ \ J$$

Como el resorte está previamente deformado su trabajo es el área de un trapecio:

$$U_R = \frac{1}{2}(Kx_2 + Kx_1)(x_2 - x_1)$$





$$U_R = \frac{K}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

$$U_R = \frac{K}{2}(0.25_2^2 - 0.1^2)$$

$$U_R = 0.02625$$

sustituyendo en (1)

$$60 + 514.85 - 294.11 - 0.02625K = 0$$

$$K = 10694.85 \quad {}^{N}/_{m}$$

$$K = 10.69 \quad {}^{KN}/_{m}$$

Izquierdo E.

El collarín de 1.2Kg se suelta desde el reposo en 1 y se desliza por la varilla sin fricción hasta 2. Encontrar la velocidad con la que llega a 2

K = 48 N/m; L_0 = 0.45 m; L_2 = 0.6m
a = 0.3 m; b = 0.5 m

$$L_1 = \sqrt{b^2 + (L_2 + a)^2}$$

$$L_1 = \sqrt{0.5^2 + (0.9)^2} = 1.03\ m$$

$$x_1 = L_1 - L_0 = 1.03 - 0.45$$

$$x_1 = 0.58\ m$$

$$x_2 = L_2 - L_0 = 0.6 - 0.45 = 0.15\ m$$

Por conservación de la energía:

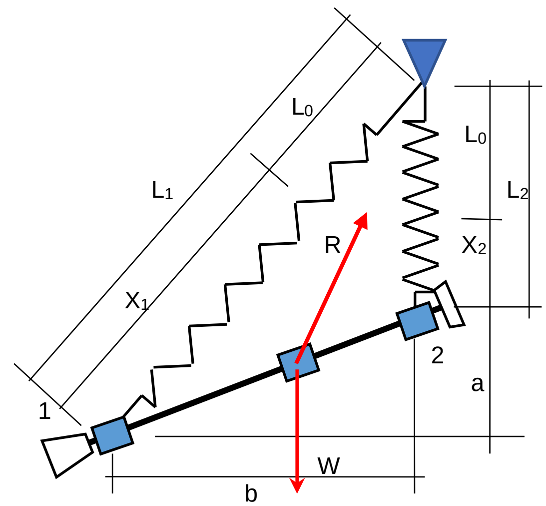
$$E_{C1} + E_{PG1} + E_{PE1} = E_{C2} + E_{PG2} + E_{PE2}$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$\frac{48}{2}0.58^2 = \frac{1.2}{2}v_2^2 + 1.2(9.81)0.3 + \frac{48}{2}0.15^2$$

$$8.074 = 0.6v_2^2 + 3.532 + 0.54$$

$$v_2 = 2.58\ {}^{m}/_{s}$$



Izquierdo E.

En el dispositivo mostrado, el contrapeso B frena la caída de C, de manera que al llegar al nivel de referencia NR la velocidad de C vale cero, cuando se suelta desde el reposo en 1. Encontrar el valor que debe tener el peso de B para que eso ocurra.

a = 8 m; b = 1.3 m; m_C = 60 Kg

Analizamos al cuerpo C representado por un punto ubicado en el centro de la polea móvil.

Observamos que las tensiones son variables porque dependen del ángulo con la horizontal que cambia conforme C baja.

Por ello aplicamos al punto C trabajo y energía de 1 a 2

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$
$$0 + U_W - 2U_T = 0$$

$$m_A g(Z_2 - Z_1) = 2U_T \qquad \text{Ec. 1}$$
$$60(9.81)1.8 = 1059.48 = 2U_T$$
$$U_T = 529.74\ J$$

Trabajo y energía sobre B

$$E_{C1} + \Sigma U_{1-2} = E_{C2}$$
$$0 + U_T - U_{WB} = 0$$
$$U_T = U_{WB}$$
$$529.74 = m_B g \Delta Z_B \qquad \text{Ec.2}$$

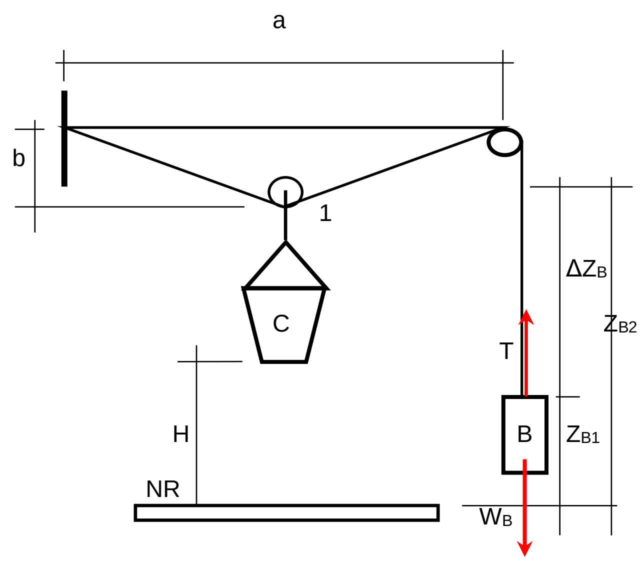
Para calcular ΔZ_B observamos la segunda figura, donde vemos que, cuando C pasa de 1 a 2, la longitud de la cuerda ocupada por los lados del triángulo, pasa de $2L_1$ a $2L_2$ de manera que

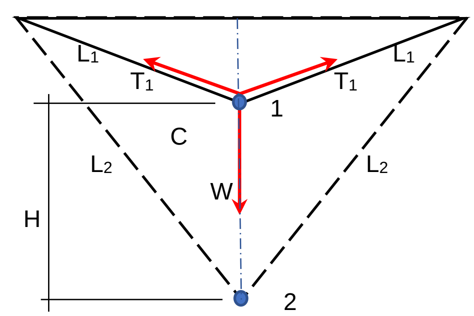
$$\Delta L = 2L_2 - 2L_1 = \Delta Z_B \qquad \text{Ec. 3}$$

$$L_1 = \sqrt{1.3^2 + 4^2} = 4.205\ m$$
$$2L_1 = 8.412\ m$$
$$L_2 = \sqrt{3.1^2 + 4^2} = 5.061\ m$$
$$2L_2 = 10.121\ m$$

Sust. en Ec. 3

$$\Delta L = 10.121 - 8.412 = 1.709 = \Delta Z_B$$





Sust. en Ec. 3

$$\Delta L = 10.121 - 8.412 = 1.709 = \Delta Z_B$$

Sust. en Ec. 2

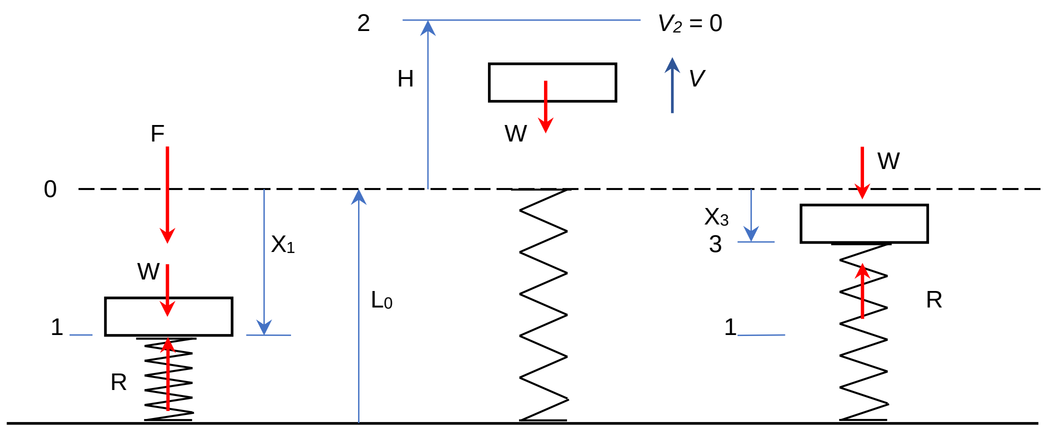
$$m_B = \frac{529.74}{9.81(1.709)}$$

$$m_B = 31.6\ Kg$$

$$W_B = 31.6\ (9.81) = 310\ N$$

Izquierdo E.

El bloque A está soportado por el resorte sin estar unido a él, y es presionado por F. Si F desaparece de manera repentina, encontrar: A) La altura máxima que alcanza el bloque. B) la velocidad máxima. m_A = 3 Kg; F = 40 N; K = 120 N/m



Solución:

$$W = mg = 3(8.91) = 29.43\ N$$

Situación inicial: El bloque está en equilibrio y debemos averiguar la deformación del resorte

$$+\uparrow\ \Sigma F_Y = R - W_A - F = 0$$
$$R = W_A + F = 29.43 + 40$$
$$R = 69.43\ N = Kx_1$$
$$x_1 = \frac{R}{K} = \frac{69.43\ N}{120\ {}^{N}/_{m}} = 0.579\ m$$

Altura máxima en 2. Entonces, trabajo y energía de 1 a 2

$$E_{C1} + U_R - U_W = E_{C2}$$
$$0 + \frac{1}{2}Kx^2 - W(x_1 + H) = 0$$
$$\frac{120}{2}(0.579^2) - 29.43(0.579 + H) = 0$$
$$20.08 - 17.04 = 29.43H$$

$H = 0.103\ m$ Medido desde 0

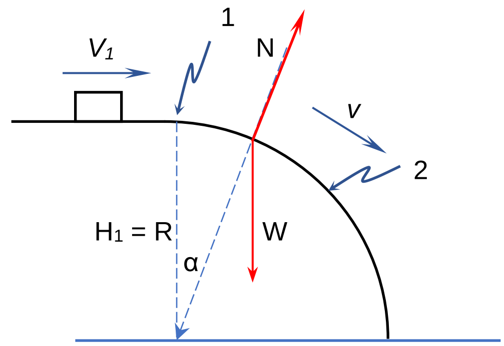
Velocidad máxima en 3:
Recordamos que la velocidad es máxima cuando su derivada vale cero; es decir, cuando $a = 0$
Y esto ocurre cuando $\Sigma F_Y = 0$

$$+\uparrow\ \Sigma F_Y = R_3 - W_A = 0$$
$$R_3 = W_A = 29.43\ N = Kx_3$$
$$x_3 = \frac{R_3}{K} = \frac{29.43\ N}{120\ {}^{N}/_{m}} = 0.245\ m$$

Trabajo y energía de 1 a 3

$$E_{C1} + U_R - U_W = E_{C3}$$
$$0 + \frac{K}{2}(x_1^2 - x_3^2) - W(x_1 - x_3) = \frac{1}{2}mv_3^2$$
$$\frac{120}{2}(0.579^2 - 0.245^2) - 29.43(0.579 - 0.254) = \frac{1}{2}3v_3^2$$
$$(16.513 - 9.83)\frac{2}{3} = v_3^2$$
$$v_3 = 2.11\ {}^{m}/_{s}$$

Un pequeño bloque se desliza sin fricción sobre la superficie mostrada, cuando está en la parte horizontal su rapidez es de 2.5 m/s. Encontrar: A) el punto 2 en el cuál el bloque se despega del tramo cilíndrico.
B) La distancia D en donde toca el suelo.
H_1 = 2.2 m



Solución: A)
En el análisis no tomaremos en cuenta el tamaño del bloque; es decir lo consideraremos una partícula moviéndose al ras de la superficie. Y usaremos ejes N y T.
En un punto intermedio entre 1 y 2, las fuerzas que actúan sobre la partícula son el peso W y la normal N

$$+\swarrow \Sigma F_N = W_N - N = m\frac{v^2}{R}$$

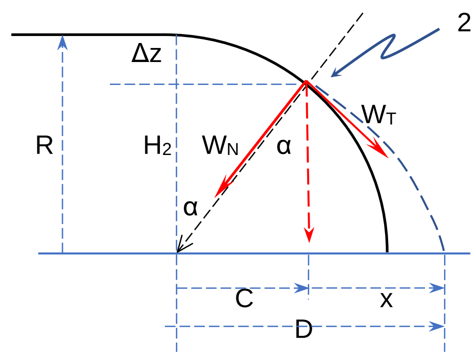
En el punto 2, donde la partícula se despega de la superficie la normal N se hace cero, entonces:

$$+\swarrow \Sigma F_N = W_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$mgcos\alpha = m\frac{v^2}{H_1}$$

El ángulo α definirá la posición de 2

$$cos\alpha = \frac{v_2^2}{gH_1} \qquad \text{Ec.1}$$



Para conocer la rapidez en 2 aplicamos conservación de la energía de 1 a 2 (también se puede aplicar trabajo y energía)

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgz_2$$

Dividiendo entre m y despejando

$$\frac{1}{2}v_1^2 + g(z_1 - z_2) = \frac{1}{2}v_2^2$$

Donde $\quad Z_1 = H_1 = R$
Y $\quad Z_2 = H_2 = Rcos\alpha$

Sustituyendo y multiplicando por 2

$$v_1^2 + 2g(R - Rcos\alpha) = v_2^2$$

$$v_1^2 + 2gR(1 - cos\alpha) = v_2^2 \qquad \text{Ec. 2}$$

Sust. 2 en 1

$$cos\alpha = \frac{v_2^2}{gH_1} = \frac{v_1^2 + 2gR(1 - cos\alpha)}{gR}$$

$$cos\alpha = \frac{v_1^2}{gR} + 2(1 - cos\alpha)$$

$$cos\alpha = \frac{v_1^2}{gR} + 2 - 2cos\alpha$$

$$3cos\alpha = \frac{v_1^2}{gR} + 2$$

$$cos\alpha = (\frac{v_1^2}{gR} + 2)\frac{1}{3}$$

$$cos\alpha = \left(\frac{2.5^2}{9.81(2.2)3} + 2\right)\frac{1}{3} = 0.7632$$

$$arc\ cos = 0.7632 = 40.25°$$

Sust. En ec. 1

$$v_2 = \sqrt{gRcos\alpha} = \sqrt{(9.81)2.2(0.7632)}$$

$$v_2 = 4.058\ {}^{m}/_{s}$$

Izquierdo. E

Continuación: B)

La distancia C:

$$C = Rsen\,\alpha = 2.2\,sen\,40.25°$$

$$C = 1.421\;\; m$$

A Partir del punto 2 la trayectoria es parabólica.

$$v_{2x} = v_2 cos\alpha = 4.058\,cos 40.25°$$

$$v_{2x} = 3.097\;{}^{m}/_{s}$$

$$v_{2y} = v_2 sen\alpha = 4.058\,sen\,40.25°$$

$$v_{2y} = 2.622\;{}^{m}/_{s}$$

$$\Delta y = H_2 = v_{0Y}t + \frac{1}{2}gt^2$$

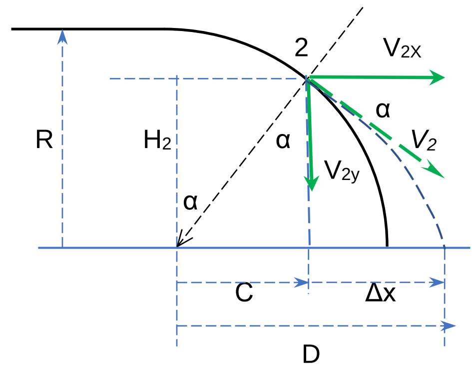
$$\frac{1}{2}gt^2 + v_{0Y}t - H_2 = 0$$

$$\frac{9.81}{2}t^2 + 2.622t - 2.2 = 0$$

$$t = \frac{-2.622 \pm \sqrt{2.622^2 - 4(4.905)(-2.2)}}{2(4.905)}$$

$$t = \frac{-2.622 \pm 7.074}{9.81}$$

$$t = 0.454\;\; [s]$$



$$\Delta x = v_{2x}t$$

$$\Delta x = 3.097(0.454) = 1.406\;\; m$$

$$D = C + \Delta x = 1.421 + 1.406$$

$$D = 2.827\;\; m$$

Izquierdo E.

5. Impulso y Cantidad de Movimiento

Problemas resueltos del Beer: 13.10 13.11 13.12

Problemas propuestos del Beer: 13.119, 13.124, 13.126, 13.131, 13.132, 13.134, 13.135, 13.141, 13.145, 13.146, 13.147, 13.151, 13.152

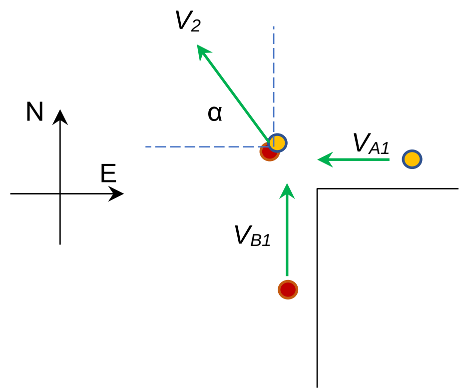
Problema.- Un proyectil que tiene un peso de 30 libras, se dispara horizontalmente desde un cañón, localizado a una altura h= 60 pies, si se ejerce sobre el proyectil una fuerza promedio de F = 130 000 libras durante un intervalo de tiempo t = 0.015 [s]
Calcular A) La velocidad del proyectil en la boca del cañón. B) La distancia horizontal que alcanza el proyectil, medida a partir del extremo del cañón y suponiendo piso horizontal.

Barrera S.

Problema.- Una bala que pesa 28 gramos, y se mueve con una velocidad inicial de 600 m/seg; choca normalmente con una placa de madera y la traspasa, la velocidad final de la bala al salir de la plancha es de 360 m/seg; suponiendo que la resistencia media de la plancha a la penetración es de 2500 Kg. Calcula el espesor de la placa y la aceleración que sufrió la bala durante el impacto”.

Barrera S.

Un auto A viaja hacia el oeste a 60 Km/hr, acercándose a un cruce, al mismo tiempo el auto B viaja hacia el norte a 70 km/hr, acercándose al mismo cruce. Si al chocar quedan incrustados y se mueven juntos, encontrar la magnitud y orientación de la velocidad inmediatamente después del choque, si m_A = 1400Kg y m_B = 1600 Kg.



Solución:

Por sencillez representaremos a los autos como partículas.

$$v_A = 60\frac{km}{hr}\frac{1000m}{1km}\frac{1hr}{3600s} = 16.67\,{}^{m}/_{s}$$
$$v_{AB} = 70\frac{km}{hr}\frac{1000m}{1km}\frac{1hr}{3600s} = 19.44\,{}^{m}/_{s}$$

Las fuerzas de choque son impulsivas, por lo que se pueden despreciar todas las demás, pero al mismo tiempo son fuerzas internas en el sistema de los dos autos. Entonces por conservación de la cantidad de movimiento

$$\sum CM_1 = \sum CM_2$$

$$(m_A v_A + m_B v_B)_{1x} = (m_A + m_B) v_{B_{2x}}$$
$$1400(-16.67) + 0 = (1400 + 1600) v_{2x}$$
$$v_{2x} = -7.78\ {}^{m}/_{s}$$

$$(m_A v_A + m_B v_B)_{1y} = (m_A + m_B) v_{B_{2y}}$$
$$0 + 1600(19.44) = (1400 + 1600) v_{2y}$$
$$v_{2y} = 10.37\,{}^{m}/_{s}$$

La velocidad de ambos autos después del choque será:

$$v_2 = \sqrt{-7.78^2 + 10.37^2}$$

$$v_2 = 12.96\ {}^{m}/_{s}$$

$$\alpha = angtan\frac{v_{2y}}{v_{2x}}$$

$$\alpha = tg^{-1}\frac{10.37}{7.78}$$

$$\alpha = 53.121°$$

Izquierdo E.

BIBLIOGRAFÍA:

- Beer, Johnston y Cornwel. Mecánica Vectorial Para Ingenieros, Tomo II Dinámica, Ed. Mc. Graw Hill, cuya 9ª edición
- R.C. Hibbeler, 2016 décimo cuarta edición. Ingeniería Mecánica. Dinámica. Editorial Pearson.
- Germán Velásquez Medrano, Andrés Quintero Miranda, Gabriela Fernández Luna, 2002 primera edición. Cinemática y dinámica de la partícula. Editorial IPN.
- Izquierdo Moreno Eduardo, 2013 4ª pre edición. Dinámica paso a paso.